On prélève, au hasard un échantillon de 80 bouchons (ce prélèvement est assimilé à un tirage de 80 bouchons avec remise). On nomme X la variable aléatoire qui, à chaque tirage de 80 bouchons, associe le nombre de bouchons défectueux dans cet échantillon.

1. Quelle est la loi suivie par la variable aléatoire X ? Déterminer l'espérance mathématique de X.

2. a) On approche la loi de la variable aléatoire X par une loi de Poisson. Donner le paramètre λ de cette loi de Poisson.

b) On note Y une variable aléatoire suivant la loi de Poisson obtenue au a).

Calculer la probabilité qu'un tel échantillon contienne exactement 10 bouchons défectueux, c'est-à-dire $P(Y=10)$. Arrondir à 10^{-3}.

CORRIGÉ P. 292

18. +++ Qualité des rouleaux de papier peint

TICE

Une entreprise fabrique en grande quantité des rouleaux de papier peint. Leur largeur est exprimée en centimètres.

Dans cet exercice, les résultats approchés sont à arrondir à 10^{-2}.

Dans un lot de rouleaux de papier peint, 3 % des rouleaux ne sont pas acceptables pour la largeur.

On prélève au hasard 100 rouleaux de ce lot pour vérification de la largeur. Le lot est suffisamment important pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise de 100 rouleaux.

On considère la variable aléatoire X qui, à tout prélèvement de 100 rouleaux, associe le nombre de rouleaux non acceptables pour la largeur.

1. Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on déterminera les paramètres.

2. Calculer la probabilité que, dans un tel prélèvement, un rouleau ne soit pas acceptable pour la largeur.

3. Calculer la probabilité que, dans un tel prélèvement, au plus un rouleau ne soit pas acceptable pour la largeur.

4. On considère que la loi suivie par X peut être approchée par une loi de Poisson.

Déterminer le paramètre λ de cette loi de Poisson.

5. On désigne par Y une variable aléatoire suivant la loi de Poisson de paramètre λ où λ a la valeur obtenue au **4**.

a) Calculer $P(Y=1)$ et $P(Y \leq 1)$.

b) Comparer les résultats obtenus au **2** et au **3** avec les résultats obtenus au **5** a).

19. +++ Contrôle de qualité

TICE

Une usine produit des articles dont 3 % présentent des défauts. Pour contrôler la qualité de la production, on prélève au hasard un échantillon de 120 articles dans la production d'une journée. La production est assez importante pour qu'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise de 120 articles. On désigne par X la variable aléatoire qui associe, à tout prélèvement de 120 articles ainsi défini, le nombre d'articles défectueux de ce prélèvement.

1. Quelle loi suit la variable aléatoire X ? Donner les paramètres de la loi suivie par X.

2. On admet qu'on peut approcher la loi précédente par une loi de Poisson.

Déterminer le paramètre de cette loi de Poisson.

3. On désigne par Y une variable aléatoire suivant la loi de Poisson de paramètre λ, où λ est le paramètre qui a été obtenu à la question **2**.

Déterminer à l'aide de cette loi de Poisson la valeur approchée arrondie à 10^{-3} de la probabilité de chacun des événements suivants :

A : « L'échantillon contient au moins un article défectueux » ;

B : « L'échantillon contient au plus trois articles défectueux ».

20. +++ Des tiges pour du matériel informatique

TICE

Dans cet exercice, les valeurs approchées sont à arrondir à 10^{-2}.

Une entreprise fabrique en grande quantité des tiges en plastique de longueur théorique 100 mm.

Dans un lot de ce type de tiges, 2 % des tiges n'ont pas une longueur conforme. On prélève au hasard n tiges de ce lot pour vérification de longueur. Le lot est assez important pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise de n tiges.

On considère la variable aléatoire X qui, à tout prélèvement de n tiges, associe le nombre de tiges de longueur non conforme de ce prélèvement.

1. Pour cette question on prend $n = 50$.

a) Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on donnera les paramètres.

b) Calculer $P(X=3)$.

2. Pour cette question on prend $n = 100$. La variable aléatoire X suit une loi binomiale que l'on décide d'approcher par une loi de Poisson.

a) Déterminer le paramètre λ de cette loi de Poisson.

b) On désigne par Y une variable aléatoire suivant la loi de Poisson de paramètre λ où λ est le paramètre obtenu à la question **2** a). À l'aide de l'approximation de X par Y, calculer la probabilité d'avoir au plus 4 tiges de longueur non conforme.

21. +++ Simuler une loi de Poisson avec Scilab ou Python

ALGO

On considère une variable aléatoire X correspondant au nombre de « succès » durant une durée d'une unité de temps considérée au hasard, lorsque les temps d'attente entre deux « succès » sont indépendants et suivent une loi exponentielle de paramètre λ. On admet que X suit une loi de Poisson de paramètre λ.