Mathématiques: 49p160 pour le mardi 7 avril 2020 par Maël Papailhou

1: Montrons que C admet 2 asymptotes:

× Déterminons la limite de $f(x)$ en 0 :

$\lim_{x \to 0} \ln x + 1 = 0$ - inf
il fallait lire ln(x) + 1

x>0

$\lim_{x \to 0} x = 0^+$

Par quotient, $\lim_{x \to 0} f(x) = 0$ - inf (régle des signes)

F.I. avec tes valeurs

Il y a donc une asymptote verticale en 0. d'équation x= 0

Cf admet donc

× Déterminons la limite de $f(x)$ en $+\infty$:

$\lim_{x \to +\infty} \ln x + 1 = +\infty$

$\lim_{x \to +\infty} x = 0$ + inf (de façons assez évidente (je crois))

Par quotient, $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ 0 + 0 =0

FI il faut donc utiliser le Th des croissances comparées, en décomposant en ln(x)/x + 1/x et travailler par somme

Il y a donc une asymptote horizontale en $+\infty$ d'équation y=0

idem laissez tomber les expression imprécise genre "il y a" ou "c'est"

Donc C possède bien 2 asymptotes.

2a: Calculons la dérivée $f'(x)$ pour tout $x > 0$:

$$f(x) = \frac{\ln x + 1}{x}$$

L'expression est de la forme $\frac{u(x)}{v(x)}$, avec $\begin{cases} u(x) = \ln x + 1 \\ u'(x) = \frac{1}{x} \\ v(x) = x \\ v'(x) = 1 \end{cases}$ ln(x) + 1

On a donc $f'(x) = \frac{u'v - v'u}{v^2}$

$$= \frac{1/x \times x - \ln x - 1}{x^2}$$

$$= \frac{1 - \ln x - 1}{x^2}$$

$$= \frac{-\ln x}{x^2}$$

On retrouve bien le résultat de l'énoncé.

2b: Dressons le tableau de variation de f :

x	0		1		$+\infty$
$\ln x$	✕	$-$	0	$+$	$+$
$-\ln x$	✕	$+$	$-$	$-$	$-$
x^2	0	$+$	$+$	$+$	$+$
$f'(x) = \frac{-\ln x}{x^2}$	✕	$+$	$-$	$-$	$-$
f	valeur interdite double barre $-\infty$	↗	$f(1)$	↘	0

mettre les signes dans des intervalles et non sous des valeurs

f est croissant sur $]0; 1[$ et est décroissant sur $]1; +\infty[$.

3: Resolvons l'équation $f(x) = 0$

$$f(x) = 0 \iff \frac{\ln x + 1}{x} = 0$$

$$\iff \ln x + 1 = 0$$

$$\iff \ln x = -1$$

$$\iff \ln x = \ln e^{-1}$$

$$\iff x = e^{-1}$$

$$\iff x = \frac{1}{e} \simeq 0,37$$

On obtient $x = 0$? tu viens de trouver 1/e !

4: Déterminons une équation de tangeante T au point d'intersection de C avec l'axe des abscisses:

Il y a une intersection avec l'axe des abscisses lorsque $f(x) = 0$, soit à $x = 0,37$ ✓

On a donc T: $y = f(a) + f'(a)(x - a)$ ✓

$y = f(0,37) + f'(0,37)(x - 0,37)$

$y = 0 + 7,26(x - 0,37)$ valeurs exactes

$y = 7,26x - 2,69$

y=e²*x-e

5: